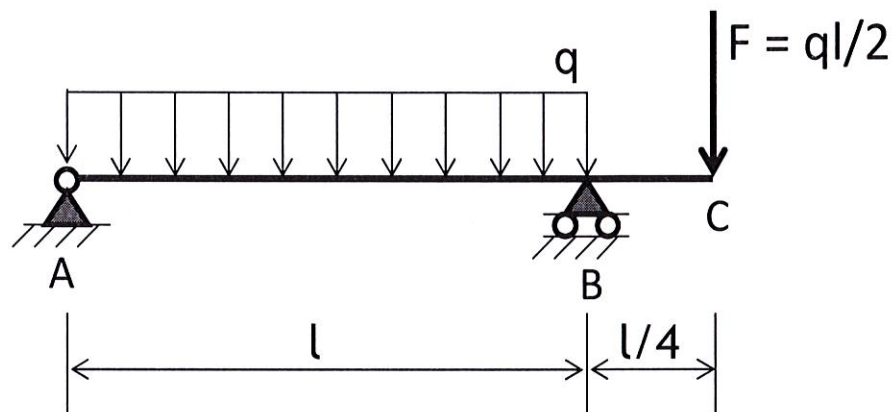


CONTROLE DE STRUCTURES ET STABILITE 1 (SST1) N°2

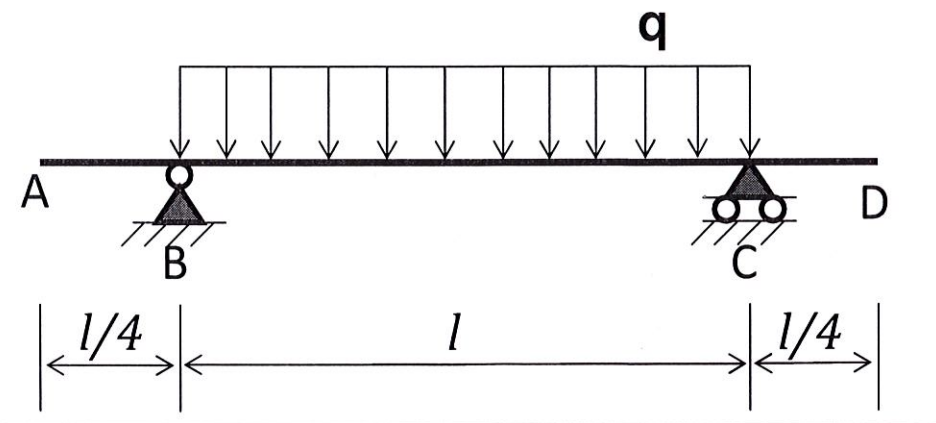
(Durée 2h – formulaire A4 seul autorisé, pas d'autre document)

Question 1 (8 points)



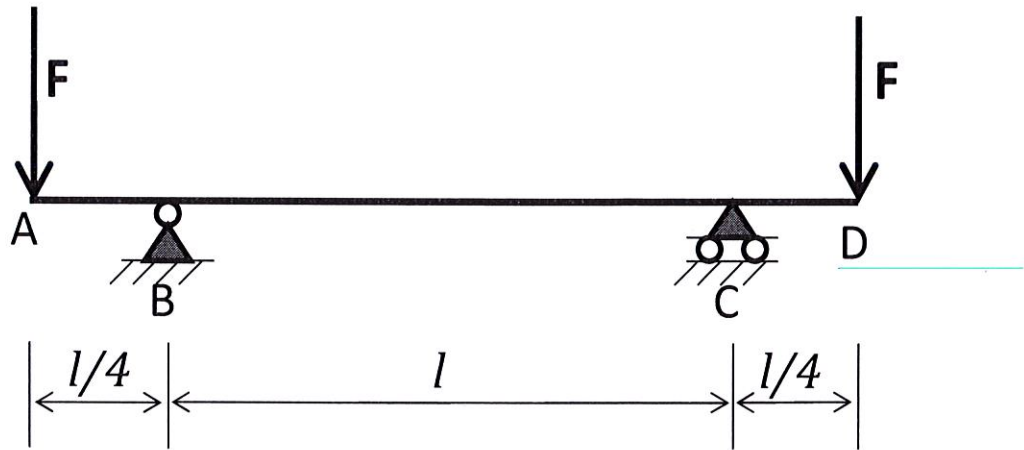
- 1.1. Faire le schéma mécanique de cette poutre en faisant apparaître les actions de liaison externes **0,5**
- 1.2. Calculer les actions de liaison externes en fonction de q et l . **1,5**
- 1.3. Application numérique : on donne $q=12\text{kN/m}$ et $l=5\text{ m}$. Calculer les valeurs numériques des actions de liaison. **1**
- 1.4. Donner les expressions des efforts internes en fonction de x sur toute la poutre. **2**
- 1.5. Tracer les diagrammes de variation des efforts internes. **2,5**
- 1.6. Calculer la valeur numérique du moment fléchissant en B. **0,5**

Question 2 (7 points)



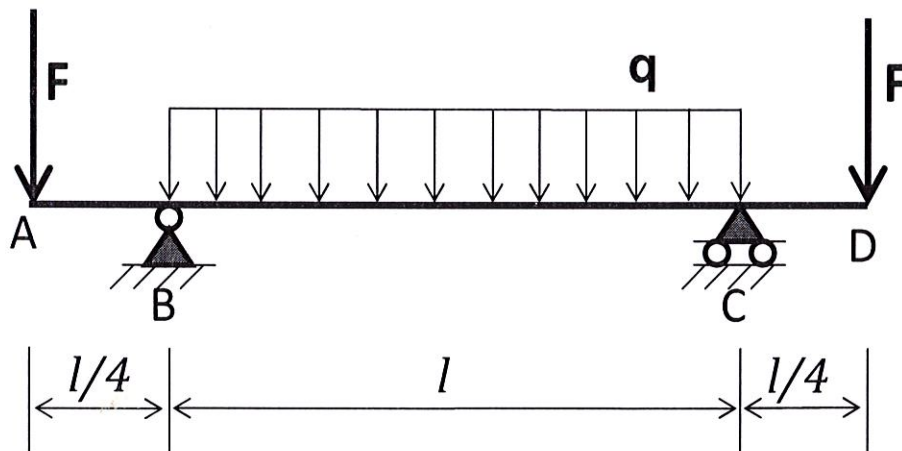
2.1. Soit la poutre ci-dessus

- Déterminer les actions de liaison externes en fonction de q et l (remarquer la symétrie) **0,5**
- Donner l'expression de l'effort tranchant et du moment fléchissant en fonction de x entre B et C **1,5**
- Tracer les diagrammes de l'effort tranchant et du moment fléchissant **1,5**



2.2. Soit la poutre ci-dessus de même géométrie que la précédente mais avec un chargement différent

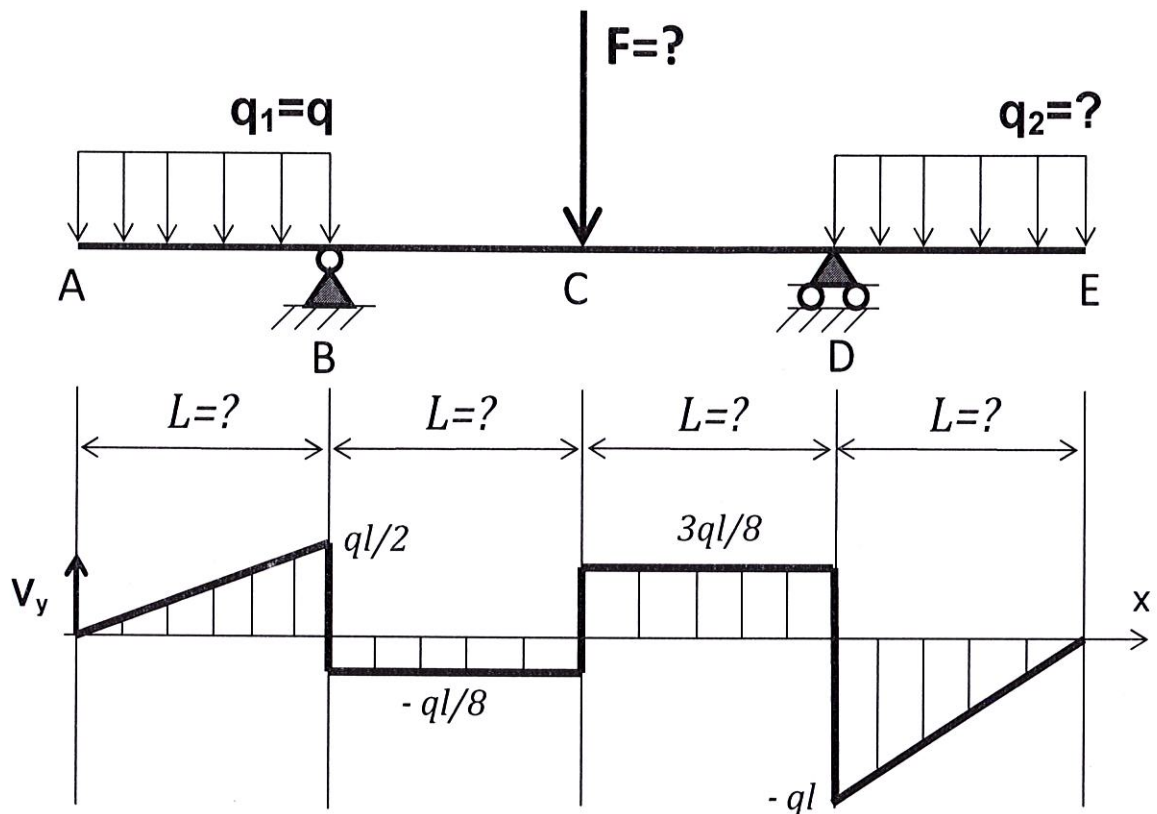
- Calculer les actions de liaison externes (remarquer la symétrie) **0,5**
- Donner l'expression du moment fléchissant en fonction de x entre B et C **1**



2.3. Soit enfin la poutre ci-dessous qui est la superposition des deux précédentes. En faisant l'addition des cas 2.1 et 2.2 :

- Donner la valeur du moment fléchissant au milieu I de BC **0,5**
- Donner la valeur du moment fléchissant en B et en C **1**
- Donner la valeur de F en fonction de q et de l pour que les moments fléchissant en B et en I soient égaux en valeur absolue **0,5**

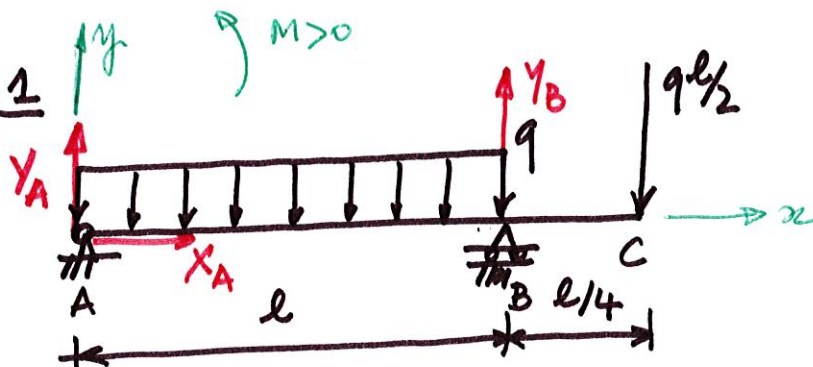
Question 3 (5 points)



Soit la poutre ci-dessus. La longueur des parties (AB), (BC), (CD) et (DE) est identique et inconnue. La poutre est chargée entre A et B par une charge répartie q_1 d'intensité q , en C par une charge ponctuelle F d'intensité inconnue et entre D et E par une charge répartie q_2 d'intensité inconnue. On donne le diagramme de l'effort tranchant de cette poutre.

- 3.1. Faire le schéma mécanique de cette poutre et à partir du diagramme de l'effort tranchant déterminer les actions de liaison Y_B et Y_D ainsi que l'intensité de la force F en fonction de q et de l . **1,5**
- 3.2. Prendre un repère en A, faire une coupure entre A et B à une distance x de A et calculer l'effort tranchant et le moment fléchissant en fonction de x . Déterminer l'effort tranchant à l'extrémité de AB et en déduire la valeur de L . **1,5**
- 3.3. A partir de ce résultat déduire la valeur de q_2 . Expliquer la démarche. **0,5**
- 3.4. Faire une coupure en C et calculer le moment fléchissant dans la section correspondant à cette coupure. Même chose en D. **1**
- 3.5. A partir de l'équation déterminée au 3.2., calculer le moment fléchissant en B. Tracer le diagramme du moment fléchissant sur toute la poutre. **0,5**

Question 1



1.2.

$$X_A = 0$$

$$Y_A + Y_B - ql - ql/2 = 0 \Leftrightarrow Y_A = 3ql/8$$

$$Y_A = \frac{3 \times 12 \times 5}{8} = 22,5 \text{ kN}$$

$$Y_B = 67,5 \text{ kN}$$

$$\sum \mathcal{M}_{\text{gic}}/A = 0 \Leftrightarrow Y_B \times l - ql \times \frac{l}{2} - \frac{ql}{2} \left(l + \frac{l}{4} \right) = 0 \Leftrightarrow Y_B = \frac{9ql}{8}$$

1.3. Intervalle d'étude AB $0 < x < l$

$$N_x = 0$$

Calcul du moment maxi.

$$V_{yAB}(x) = qx - \frac{3ql}{8}$$

$$V_{yAB}(x_0) = 0 \Leftrightarrow x_0 = \frac{3l}{8}$$

$$M_{zAB}(x) = -\frac{qx^2}{2} + \frac{3ql}{8}x$$

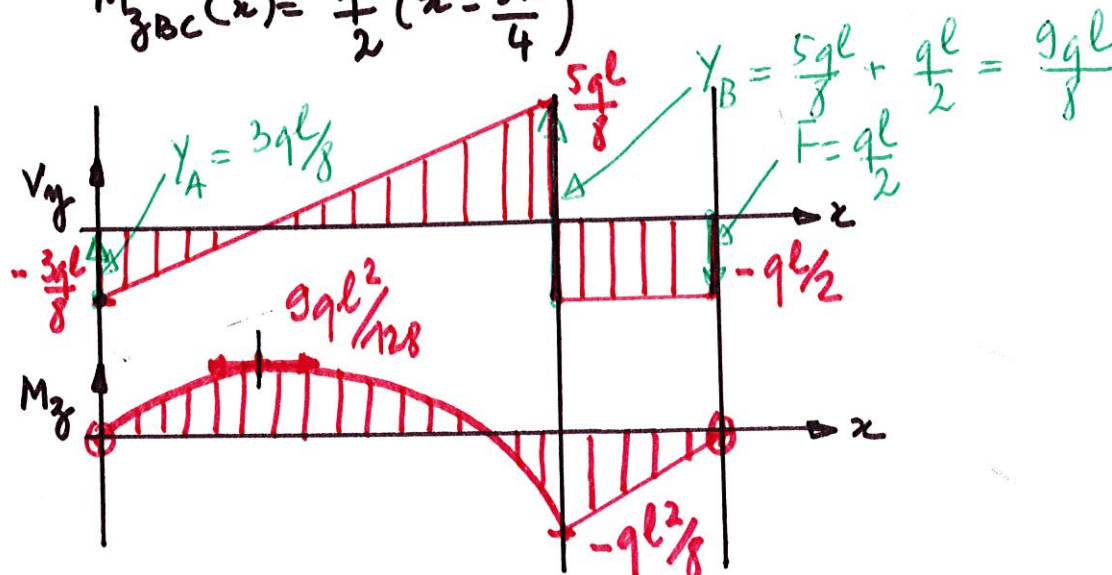
$$M_{zAB}(x_0) = \frac{q}{2} \times \left(\frac{3l}{8} \right)^2 = \frac{9ql^2}{128}$$

Intervalle d'étude BC $l < x < \frac{5l}{4}$

$$N_x = 0$$

$$V_{yBC} = -\frac{ql}{2}$$

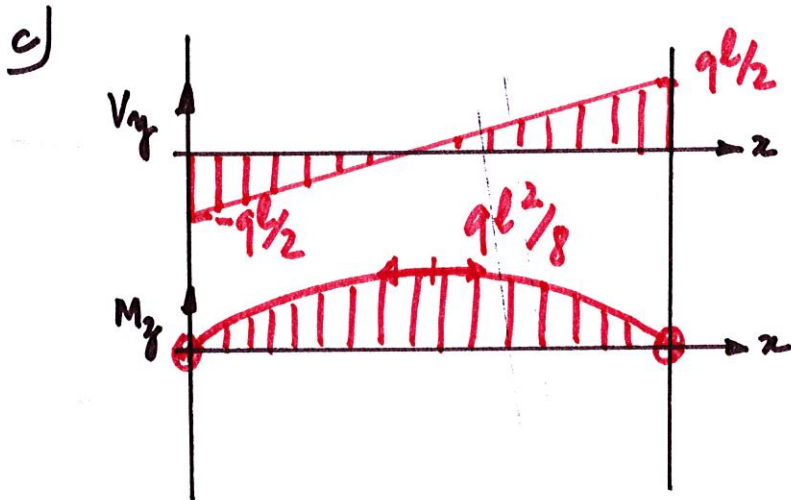
$$M_{zBC}(x) = \frac{ql}{2} \left(x - \frac{5l}{4} \right)$$



Question 2 2.1. a) Par la symétrie $Y_B = Y_C = \frac{ql}{2}$

b) Repère en B $V_{yBC}(x) = qx - \frac{ql}{2}$

$$M_{zBC}(x) = -\frac{qx^2}{2} + \frac{ql}{2}x$$



2.2. a) Symétrie $Y_B = Y_C = F$

b) Repère en A

$$M_{zBC}(x) = -Fx + F(x - \frac{l}{4})$$

$$M_{zBC}(x) = -\frac{Fl}{4}$$

2.3. a) $M_{z1} = \frac{ql^2}{8} - \frac{Fl}{4}$

$$M_{zB} = M_{zC} = -\frac{Fl}{4}$$

c) $\frac{ql^2}{8} - \frac{Fl}{4} = +\frac{Fl}{4}$

$$\Leftrightarrow \frac{ql^2}{8} = \frac{Fl}{2} \Leftrightarrow$$

$$F = \frac{ql}{4}$$

Question 3

3.1.

$$\begin{aligned} Y_B &= \frac{5ql}{8} & F &= \frac{ql}{2} \\ Y_D &= \frac{11ql}{8} \end{aligned}$$

3.2.

$$\begin{aligned} V_{yAB}(x) &= qx \\ M_{zAB}(x) &= -\frac{qx^2}{2} \end{aligned}$$

$$V_{yAB} = q \times L = \frac{ql}{2} \Leftrightarrow L = \frac{l}{2}$$

3.3.

$$V_{yD} \text{ sur } DE = -q_2 l = -q_2 \times L$$

$$\Rightarrow q_2 \times \frac{l}{2} = ql$$

$$\Rightarrow q_2 = 2q$$

3.4.

$$M_{zC} = -q \times \frac{l}{2} \times \left(\frac{l}{2} + \frac{l}{4}\right) + \frac{5ql}{8} \times \frac{l}{2}$$

$$M_{zC} = -\frac{3ql^2}{8} + \frac{5ql^2}{16}$$

$$M_{zC} = -\frac{ql^2}{16}$$

$$M_{zD} = -2q \times \frac{l}{2} \times \frac{l}{4} = -\frac{ql^2}{4}$$

$$M_{zB} = -\frac{ql^2}{8}$$

3.5.

