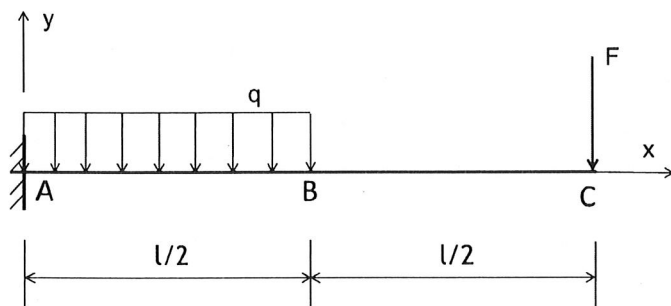


CONTROLE N°2 DE STRUCTURES ET STABILITE 1 (SST1)

(Durée 2h – formulaire A4 autorisé)

Exercice 1 (6 points)



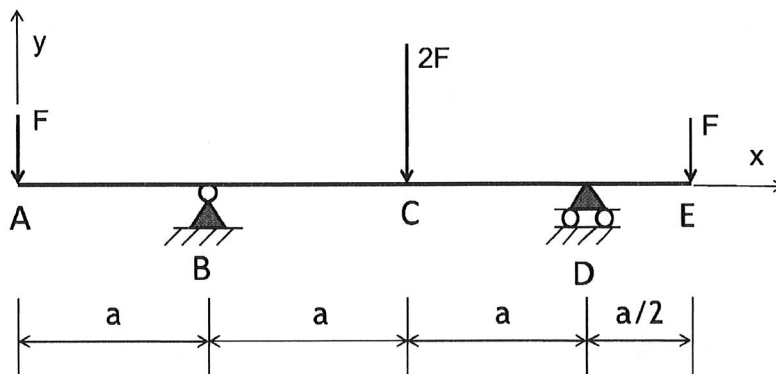
1.1. Sur la copie faire le schéma mécanique de la poutre en faisant apparaître les actions de liaison

1.2. Déterminer les actions de liaison en fonction de q , l et F

1.3. Tracer les diagrammes de l'effort tranchant et du moment fléchissant sur toute la longueur de la poutre. Indiquer les valeurs particulières en A, B et C sur vos diagrammes.

NB : on ne demande pas de déterminer les équations de variation des efforts internes

Exercice 2 (7 points)



Cas N°1

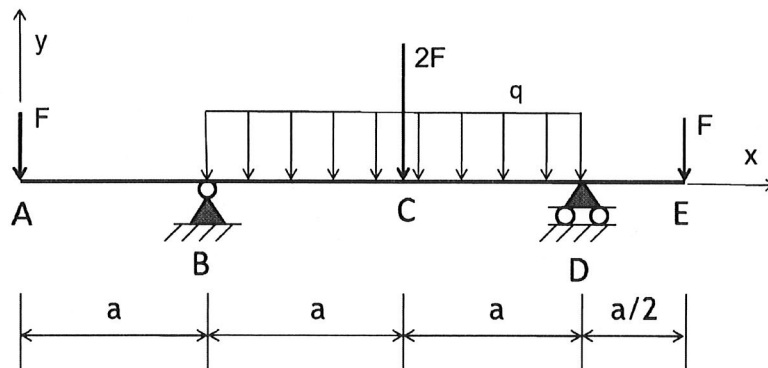
2.1. Sur la copie faire le schéma mécanique de la poutre en faisant apparaître les actions de liaison

2.2. Déterminer les actions de liaison externe

2.3. En faisant des coupures, déterminer le moment fléchissant en A, B, C, D et E (en fonction de F et de a)

2.4. Tracer le diagramme de variation du moment fléchissant sur toute la longueur de la poutre (on précisera les valeurs particulières en A, B, C, D et E).

Une charge répartie est désormais appliquée sur BD comme indiqué ci-après (Cas N°2).



Cas N°2

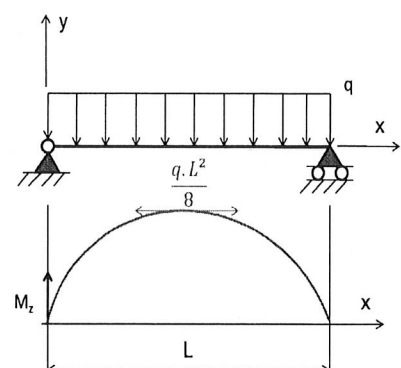


Figure A

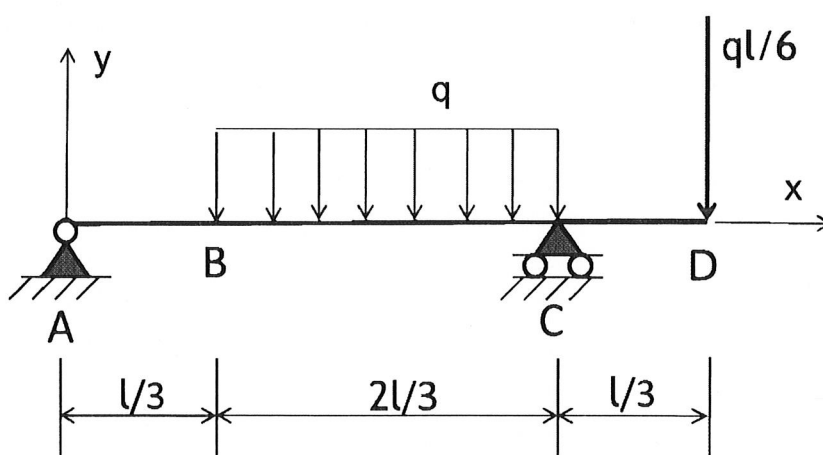
La figure A ci-dessus rappelle l'allure du moment fléchissant d'une poutre de longueur L chargée avec une charge répartie ainsi que la valeur du moment fléchissant maximum.

2.5. En utilisant cette donnée, les résultats précédents et en faisant une superposition, déterminer les valeurs des moments fléchissants en A, B, C, D et E pour la poutre du cas N°2.

2.6. Tracer le nouveau diagramme du moment fléchissant en précisant les valeurs particulières en A, B, C, D et E.

2.7. Pour le cas N°2, calculer les valeurs numériques des moments fléchissants en A, B, C, D et E en prenant $q=1000 \text{ daN/m}$, $F=20 \text{ kN}$ et $a=2 \text{ m}$.

Exercice 3 (7 points)



3.1. Sur la copie faire le schéma mécanique de la poutre en faisant apparaître les actions de liaison

3.2. Retrouver les valeurs des actions de liaison : $X_A = 0$, $Y_A = \frac{ql}{6}$ et $Y_C = \frac{2ql}{3}$

3.3. Déterminer les équations des efforts internes en fonction de x pour toute la poutre

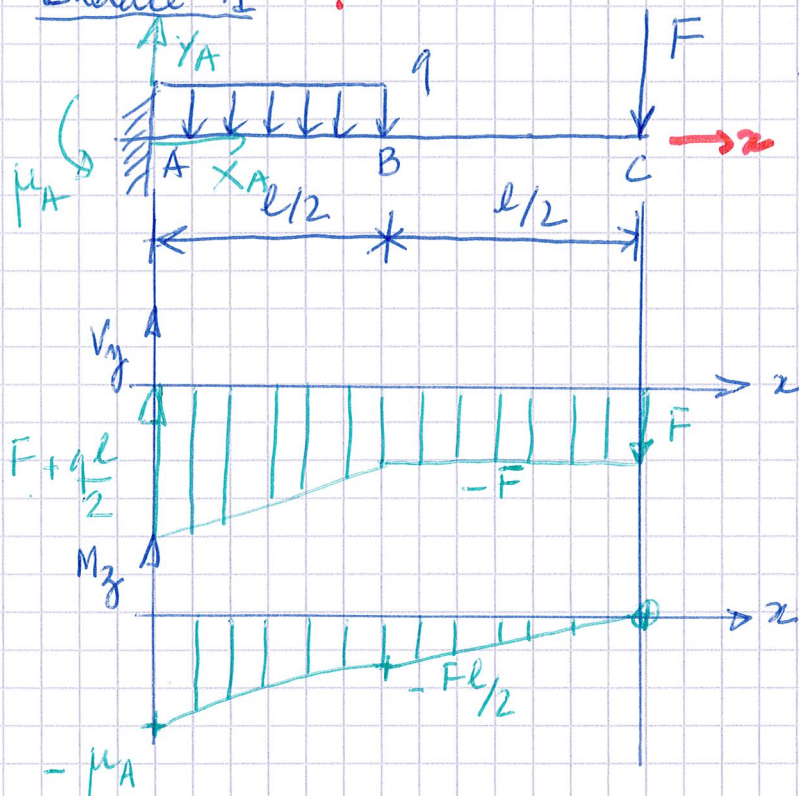
3.4. Tracer les diagrammes des efforts internes en indiquant les valeurs particulières

3.5. Calculer les valeurs des efforts internes pour $q=6 \text{ kN/m}$ et $l=3 \text{ m}$

Barème détaillé :

1.1 : 0,5 pt	1.2 : 2,5 pt	1.3 : 3,5 pt				
2.1 : 0,5 pt	2.2 : 1 pt	2.3 : 2,5 pt	2.4 : 1 pt	2.5 : 1 pt	2.6 : 0,5 pt	2.7 : 0,5 pt
3.1 : 0,5 pt	3.2 : 1 pt	3.3 : 2,5 pt	3.4 : 2,5 pt	3.5 : 0,5 pt		

Exercise 1



$$2^{\circ} \quad x_A = 0$$

$$Y_A - q \frac{l}{2} - F = 0$$

$$Y_A = \frac{ql}{2} + F$$

$$\mu_A - Fl - \frac{ql^2}{8} = 0$$

$$\mu_A = Fl + \frac{ql^2}{8}$$

$$3^{\circ} \quad V_{yAB}(x) = qx - Y_A$$

$$V_{yAB}(x) = qx - \frac{ql}{2} - F$$

$$M_{zAB}(x) = -\frac{qx^2}{2} + Y_A \cdot x - \mu_A$$

$$M_{zAB}(0) = -\mu_A$$

$$V_{yAB}(0) = -Y_A$$

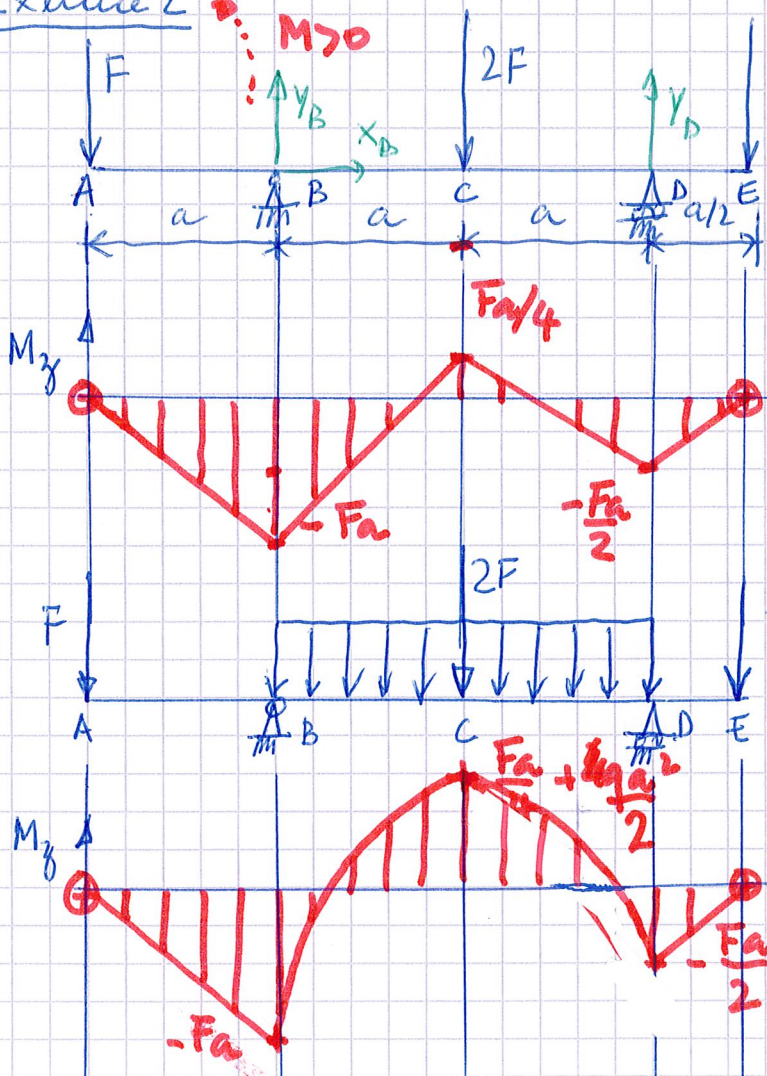
$$V_{yAB}(l/2) = -F$$

$$V_{yBC}(x) = -F$$

$$M_{zBC}(x) = -F(l-x)$$

$$M_{zBC}(l/2) = -\frac{Fl}{2}$$

Exercise 2



$$2^{\circ} \quad x_B = 0$$

$$Y_B + Y_D - 4F = 0$$

$$Y_D \times 2a + F \times a - 2F \times a - F \left(\frac{5a}{2} \right) = 0$$

$$Y_D = \frac{7F}{4}$$

$$Y_B = \frac{9F}{4}$$

$$3^{\circ} \quad M_{zB} + Fa = 0 \Rightarrow M_{zB} = -Fa$$

$$M_{zC} + F \times 2a - Y_B \times a = 0$$

$$M_{zC} = 2Fa + \frac{9Fa}{4} = \frac{Fa}{4}$$

$$-M_{zD} - F \times \frac{a}{2} = 0$$

$$M_{zD} = -\frac{Fa}{2}$$

5^{\circ}

5° - Les moments M_{zB} et M_{zD} restent inchangés.

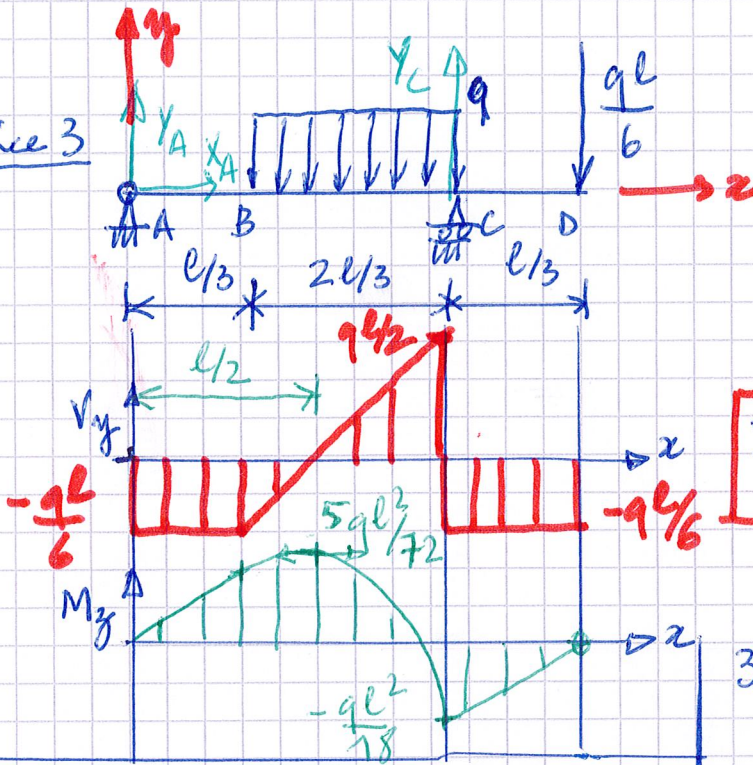
On ajoute à M_{zC} le moment fléchissant dû à q .

$$M_{zC}[q] = \frac{q \times (2a)^2}{8} = \frac{qa^2}{2}$$

$$M_{zC} = \frac{Fa}{4} + \frac{qa^2}{2}$$

Le diagramme a une forme parabolique mais sans tangente horizontale car V_y n'est pas nul en C.

Exercice 3



2° - $X_A = 0$

$$Y_A + Y_C - 2q\frac{l}{3} - \frac{ql}{6} = 0$$

$$Y_C \times l - 2q\frac{l}{3}\left(\frac{l}{3} + \frac{l}{3}\right) - \frac{ql}{6} \times \frac{4l}{3} = 0$$

$$Y_A = \frac{ql}{6}$$

$$Y_C = 2q\frac{l}{3}$$

3° - Intervalle d'étude AB

$$0 < x < \frac{l}{3}$$

$$V_{yBC}(x_0) = 0 \Leftrightarrow x_0 = \frac{l}{2}$$

$$M_{zBC}\left(\frac{l}{2}\right) = -\frac{q}{2}\left(\frac{l}{6}\right)^2 + \frac{ql}{6} \times \frac{l}{2} = \frac{5ql^2}{72}$$

$$V_y + Y_A = 0 \Leftrightarrow V_{yAB} = -\frac{ql}{6}$$

$$M_z - Y_A \cdot x = 0 \Leftrightarrow M_{zAB}(x) = \frac{ql}{6}x$$

$$M_{zAB}\left(\frac{l}{3}\right) = \frac{ql^2}{18}$$

Intervalle d'étude BC $\frac{l}{3} < x < l$

$$V_y + Y_A - q\left(x - \frac{l}{3}\right) = 0 \Leftrightarrow V_{yBC}(x) = +qx - \frac{ql}{2}$$

$$M_z - Y_A \cdot x + q\left(x - \frac{l}{3}\right) \times \left(x - \frac{l}{3}\right) \times \frac{1}{2} = 0 \Leftrightarrow M_{zBC}(x) = -\frac{q}{2}\left(x - \frac{l}{3}\right)^2 + \frac{ql}{6}x$$

Intervalle d'étude CD $l < x < \frac{4l}{3}$

$$-M_z - \frac{ql}{6}\left(\frac{4l}{3} - x\right) = 0 \Leftrightarrow M_{zCD}(x) = -\frac{ql}{6}\left(\frac{4l}{3} - x\right)$$

$$-V_y - \frac{ql}{6} = 0 \Leftrightarrow V_{yCD}(x) = -\frac{ql}{6}$$

$$M_{zCD}(l) = -\frac{ql}{6}\left(\frac{l}{3}\right) = -\frac{ql^2}{18}$$

$$V_{yBC}(l) = -\frac{ql}{2}$$

$$V_{yCD}(l) = -\frac{ql}{6}$$